……………………………………………………..
Imię i nazwisko ucznia

……………………………………………………..
Pełna nazwa szkoły

……………………………………………………..

Maksymalna liczba punktów	**40**
Uzyskana liczba punktów	

KONKURS MATEMATYCZNY
DLA UCZNIÓW SZKOŁY PODSTAWOWEJ
ZESTAW ZADAŃ KONKURSOWYCH
ROK SZKOLNY 2021/2022

ETAP TRZECI

Instrukcja dla ucznia

1. Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.
2. Zestaw konkursowy zawiera 18 zadań.
3. Przed rozpoczęciem pracy sprawdź, czy zestaw zadań jest kompletny. Jeżeli zauważysz usterki, zgłoś je Komisji Konkursowej.
4. Zadania czytaj uważnie i ze zrozumieniem.
5. **Zadania zapisane w brudnopisie nie będą oceniane.**
6. Rozwiązania zapisuj długopisem lub piórem. Rozwiązania zapisane ołówkiem nie będą oceniane.
7. Nie używaj korektora i długopisu ścieralnego.
8. W nawiasach obok numerów zadań podano maksymalną liczbę punktów możliwych do uzyskania za dane zadanie.
9. Nie używaj kalkulatora.

POWODZENIA!

W każdym z zadań od 1. do 4. tylko jedna z podanych odpowiedzi jest poprawna. Zaznacz kółkiem właściwą odpowiedź.

Zadanie 1. (1 punkt)

Dana jest liczba

$$a = \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{5}}}}$$

Ile wynosi liczba przeciwna do połowy liczby odwrotnej do a?

A. $\frac{46}{17}$ B. $-\frac{17}{46}$ C. $-\frac{23}{17}$ D. $-\frac{23}{34}$

Liczba punktów
….. /1

Zadanie 2. (1 punkt)

Dana jest liczba $a = 1000^{10} - 10^{20}$. Ile wynosi suma cyfr liczby a?

A. 81 B. 110 C. 91 D. 90

Liczba punktów
….. /1

Zadanie 3. (1 punkt)

W szufladzie znajdują się długopisy w kolorach: niebieskim, czarnym i czerwonym. Długopisów czerwonych jest o 40% mniej niż długopisów niebieskich i czarnych razem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wyjmując z szuflady jeden długopis, wyjmiemy długopis czarny lub niebieski?

A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{5}{7}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{2}{3}$

Liczba punktów
….. /1

Zadanie 4. (1 punkt)

Tworząca stożka tworzy z płaszczyzną podstawy kąt o mierze 45°. Promień podstawy stożka ma taką samą długość jak promień pewnej kuli. Ile wynosi stosunek objętości stożka do objętości kuli?

A. 4 B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

Liczba punktów
….. /1

Zadanie 5. (3 punkty)
Dana jest nierówność z niewiadomą x:

$$2(x-1)^2-\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)>(x-2)(x+3).$$

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Wybraną odpowiedź zaznacz kółkiem.

Liczba $a=8-\sqrt{38}$ należy do zbioru rozwiązań tej nierówności.	P	F
Do zbioru rozwiązań tej nierówności należy dokładnie jedna liczba złożona.	P	F
Największa liczba całkowita należąca do zbioru rozwiązań tej nierówności jest liczbą odwrotną do liczby $b=\frac{1}{2}\cdot\left(\sqrt[3]{4}\right)^6-\frac{5}{8}\cdot\left(\sqrt{2}\right)^8$.	P	F

Liczba punktów
….. /3

Zadanie 6. (3 punkty)
Dany jest trapez prostokątny $ABCD$, w którym dłuższą podstawą jest bok AB, a dłuższym ramieniem – bok BC.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Wybraną odpowiedź zaznacz kółkiem.

Dwusieczna kąta ostrego trapezu $ABCD$ i dwusieczna jego kąta rozwartego przecinają się pod kątem prostym.	P	F
Dwusieczna kąta DAB nie może przechodzić przez wierzchołek C trapezu $ABCD$.	P	F
Dwusieczna kąta ABC przecina bok AD w punkcie E. Miara kąta AEB, który ta dwusieczna tworzy z bokiem AD, jest równa połowie miary kąta rozwartego trapezu $ABCD$.	P	F

Liczba punktów
….. /3

W zadaniach od 7. do 11. zapisz odpowiedzi na postawione pytania (nie musisz zapisywać wykonanych obliczeń).

Zadanie 7. (1 punkt)
Jaka jest największa liczba naturalna, która przy dzieleniu przez 17 daje iloraz równy reszcie?

Odpowiedź: ……………………………………………………………………

Liczba punktów
….. /1

Zadanie 8. (1 punkt)
Dana jest liczba naturalna dwucyfrowa a. Pomiędzy cyfrę dziesiątek i cyfrę jedności tej liczby wstawiono cyfrę 0. Otrzymana liczba trzycyfrowa jest dziewięciokrotnie większa od liczby a. Jaką liczbą jest a?

Odpowiedź: ……………………………………………………………………

Liczba punktów
….. /1

Zadanie 9. (1 punkt)
Pan Maciej przejechał samochodem z miejscowości A do miejscowości B. Pierwszą połowę drogi pokonał ze średnią prędkością $80\ km/h$, a drugą połowę – ze średnią prędkością $60\ km/h$. Ile wynosiła średnia prędkość, z jaką pan Maciej przejechał całą drogę z miejscowości A do miejscowości B?

Odpowiedź: ……………………………………………………………………

Liczba punktów
….. /1

Zadanie 10. (1 punkt)
Odcinek podzielono na trzy części w stosunku $5 : 4 : 7$. Najdłuższa część odcinka jest o $5\ cm$ dłuższa od średniej arytmetycznej długości dwóch pozostałych części. Jaką długość ma najkrótsza część odcinka?

Odpowiedź: ……………………………………………………………………

Liczba punktów
….. /1

Zadanie 11. (1 punkt)
Obwód czworokąta $ABCD$ wynosi $32\ cm$. Przekątna BD podzieliła ten czworokąt na dwa trójkąty: ABD i BCD, których obwody wynoszą odpowiednio: $16\ cm$ i $30\ cm$. Jaką długość ma odcinek BD?

Odpowiedź: ……………………………………………………………………

Liczba punktów
….. /1

Zadanie 12. (3 punkty)
W klasie 8a przeprowadzono ankietę, w której zapytano uczniów o liczbę posiadanego przez nich rodzeństwa. Wyniki przedstawione są w poniższej tabeli.

Liczba uczniów klasy 8a	9	11	2	2	1
Liczba posiadanego rodzeństwa	0	1	2	3	4

Uzupełnij luki w poniższych zdaniach – wpisz w puste miejsca odpowiednie liczby.

a) Prawdopodobieństwo, że losowo wybrany jeden uczeń z klasy 8a ma co najwyżej dwoje rodzeństwa wynosi …….………..... .

b) Za rodzinę wielodzietną uważa się taką, w której jest co najmniej troje dzieci. Z rodzin wielodzietnych pochodzi …….………....% wszystkich uczniów tej klasy.

c) Średnia liczba dzieci w rodzinach wszystkich uczniów klasy 8a wynosi …….……… .

Liczba punktów
….. /3

Zadanie 13. (3 punkty)
Punkty $A = (-2; -2)$ i $B = (4; -4)$ są wierzchołkami prostokąta $ABCD$, którego przekątne AC i BD przecinają się w punkcie $S = \left(2\frac{1}{2}; 1\frac{1}{2}\right)$.

Uzupełnij luki w poniższych zdaniach – wpisz w puste miejsca odpowiednie liczby.

a) Wierzchołek C prostokąta $ABCD$ ma współrzędne …….………..... .

b) Pole prostokąta ABCD wynosi …….………..... jednostek kwadratowych.

c) Obwód trójkąta ABS wynosi …….………..... jednostek.

Liczba punktów
….. /3

Zadanie 14. (3 punkty)
Kąt ostry równoległoboku ABCD ma miarę 45°, a długości boków tego równoległoboku wynoszą: $|AB| = 10\ cm$ i $|AD| = 4\sqrt{2}\ cm$. Symetralna boku AB przecina bok AB w punkcie E, a bok CD w punkcie F. Punkt G położony jest na boku BC tak, że $|BG|:|GC| = 1:3$. Prosta prostopadła do boku BC i przechodząca przez punkt G przecina bok CD równoległoboku w punkcie H.

Uzupełnij luki w poniższych zdaniach – wpisz w puste miejsca odpowiednie liczby.

a) Obwód pięciokąta $EBGHF$ wynosi …….………..... cm.

b) Przekątna EG pięciokąta $EBGHF$ ma długość …….………..... cm.

c) Pole powierzchni czworokąta $EGHF$ wynosi …….………..... cm^2.

Liczba punktów
….. /3

W zadaniach od 15. do 18. zapisz wszystkie obliczenia oraz odpowiedzi.

Zadanie 15. (3 punkty)

W pewnej liczbie trzycyfrowej a cyfra setek jest równa cyfrze jedności, a cyfra dziesiątek jest o 2 od niej mniejsza. Od liczby a odjęto sumę wszystkich jej cyfr. Otrzymana różnica jest większa od 740. Zapisz nierówność z jedną niewiadomą, opisującą sytuację przedstawioną w zadaniu, rozwiąż ją i wyznacz liczbę a. Podaj wszystkie rozwiązania.

Odpowiedź: …………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………………..

Liczba punktów
….. /3

Zadanie 16. (4 punkty)
Pani Ania postanowiła przez trzy miesiące – styczeń, luty i marzec – zaoszczędzić pewną kwotę na zakup eleganckiej torebki. W styczniu zaoszczędziła o 30% więcej niż w marcu. W lutym odłożyła połowę tego, co w styczniu i marcu razem. W marcu zaoszczędziła 20% całej kwoty, którą planowała odłożyć na torebkę i jeszcze 80 złotych. Po upływie tych trzech miesięcy okazało się, że pani Anna odłożyła o 96 złotych mniej niż planowała. Oblicz, jaką kwotę miała zamiar zaoszczędzić pani Anna oraz w którym miesiącu odłożyła najwięcej i ile wynosiła ta największa zaoszczędzona w miesiącu kwota.

Odpowiedź: …………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………………..

Liczba punktów
….. /4

Zadanie 17. (4 punkty)

W trójkącie prostokątnym ABC krótsza przyprostokątna AC ma długość $6\sqrt{5}\ cm$. Punkt E jest środkiem przeciwprostokątnej AB i $|CE| = 15\ cm$. Wysokość CD tego trójkąta ma długość $12\ cm$. Oblicz długość wysokości trójkąta BCE poprowadzonej z wierzchołka E na bok BC.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………..

Liczba punktów
….. /4

Zadanie 18. (5 punktów)
Podstawy graniastosłupa prawidłowego i ostrosłupa prawidłowego są przystającymi trójkątami. Wszystkie krawędzie graniastosłupa są równej długości, a jego objętość wynosi $54\sqrt{3}\ cm^3$. Długość krawędzi bocznej ostrosłupa jest równa długości przekątnej ściany bocznej graniastosłupa.

a) Oblicz objętość tego ostrosłupa.
b) Graniastosłup i ostrosłup połączono podstawami tak, że te podstawy całkowicie się pokryły. Oblicz pole powierzchni całkowitej otrzymanej w ten sposób figury przestrzennej.

Odpowiedź: …………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………………..

Liczba punktów
….. /5

BRUDNOPIS

BRUDNOPIS

BRUDNOPIS

BRUDNOPIS

KONKURS MATEMATYCZNY

DLA UCZNIÓW SZKOŁY PODSTAWOWEJ

ROK SZKOLNY 2021/2022
ETAP TRZECI

PRZYKŁADOWE ODPOWIEDZI I SCHEMAT OCENIANIA

Numer zadania	Odpowiedź	Liczba punktów
1.	D	1
2.	D	1
3.	A	1
4.	C	1
5.	P	1
	F	1
	F	1
6.	P	1
	F	1
	P	1
7.	288	1
8.	45	1
9.	$68\frac{4}{7}\ km/h$	1
10.	$8\ cm$	1
11.	$7\ cm$	1
12.	$\frac{22}{25}$	1
	20%	1
	2	1
13.	(7; 5)	1
	60	1
	$2\sqrt{10}+\sqrt{130}$	1
14.	$12+4\sqrt{2}$	1
	$\sqrt{37}$	1
	16,5	1

Numer zadania	Etap rozwiązania	Odpowiedź	Liczba punktów
15.	Wprowadzenie oznaczenia niewiadomej i zapisanie nierówności.	$x - cyfra\ jedności/setek$ $100x + 10(x-2) + x - (3x-2)$ > 740	1
	Rozwiązanie nierówności.	$x > 7\frac{1}{54}$	2
	Wyznaczenie liczby a.	$a = 868$ lub $a = 979$	**3**
16.	Wprowadzenie oznaczenia niewiadomej i zapisanie w postaci wyrażeń algebraicznych kwot zaoszczędzonych w poszczególnych miesiącach.	$x - zaplanowana\ kwota$ styczeń: $1{,}3(0{,}2x + 80)$ luty: $\frac{1}{2}(0{,}46x + 184)$ marzec: $0{,}2x + 80$	1
	Zapisanie równania.	$1{,}3(0{,}2x+80) + \frac{1}{2}(0{,}46x + 184)$ $+ 0{,}2x + 80 + 96 = x$	2
	Rozwiązanie równania.	$x = 1200$	3
	Wskazanie miesiąca i obliczenie największej zaoszczędzonej w miesiącu kwoty.	styczeń, $416\ złotych$	**4**
17.	Obliczenie długości odcinka DE.	$9\ cm$	1
	Obliczenie długości odcinka AD.	$6\ cm$	2
	Obliczenie długości boku BC.	$12\sqrt{5}\ cm$	3
	Obliczenie szukanej długości wysokości.	$3\sqrt{5}\ cm$	**4**
18.	Obliczenie długości krawędzi graniastosłupa.	$6\ cm$	1
	Obliczenie długości wysokości ostrosłupa.	$2\sqrt{15}\ cm$	2
	Obliczenie objętości ostrosłupa.	$18\sqrt{5}\ cm^3$	3
	Obliczenie długości wysokości ściany bocznej ostrosłupa.	$3\sqrt{7}\ cm$	4
	Obliczenie pola powierzchni całkowitej powstałego wielościanu.	$\left(108 + 9\sqrt{3} + 27\sqrt{7}\right) cm^2$	**5**