

CZĘŚĆ A

Zad. 1. Iloczyn $\left(\frac{\sqrt{7}+1}{2}\right)^{2003} \cdot \left(\frac{\sqrt{7}-1}{3}\right)^{2003}$ jest liczbą

- A) mniejszą od 1. B) równą 1. C) większą od 1 i mniejszą od 2. D) równą 2.

Zad. 2. Wyrażenie $4x^2 + 1 + 4x^4$ można zapisać w postaci

- A) $(2x^2 + 2x)^2$ B) $(2x^2 + 1)^2$ C) $(2x + 1)^2$ D) $(2x^2 + 2)^2$

Zad. 3. Wyznaczając x ze wzoru $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f}$ można otrzymać

- A) $x = \frac{y-f}{fy}$ B) $x = \frac{fy}{f+y}$ C) $x = \frac{f-y}{fy}$ D) $x = \frac{fy}{y-f}$

Zad. 4. W styczniu pensja pracownika wynosiła 1000 zł. W każdym kolejnym miesiącu pracy pracownik otrzymywał dziesięcioprocentową podwyżkę. Pensja tego pracownika w kwietniu wyniosła

- A) $1000 \cdot \left(1 - \frac{1}{10}\right)^3$ B) 1200 C) 2000 D) $1000 \cdot (1,1)^3$

Zad. 5. Odwrotność sumy odwrotności dodatnich liczb a i b jest równa

- A) $\frac{2}{a+b}$ B) $\frac{a+b}{ab}$ C) $\frac{ab}{a+b}$ D) $a+b$

Zad. 6. Liczba $2^{40} - 1$ nie jest podzielna przez

- A. 1023 B. 33 C. 31 D. 29

Zad. 7. Jeżeli $x + \frac{1}{x} = 4$, to $x^3 + \frac{1}{x^3}$ jest równe

- A. 12 B. 14 C. 16 D. 18

Zad. 8. Liczba $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ jest

- A. większa od 1. B. mniejsza od 1. C. naturalna. D. niewymierna.

Zad. 9. Oblicz 5% liczby, której piąta część powiększona o 20 jest równa jej czwartej części pomniejszonej o 20.

Zad. 10. Przekształć następujące wyrażenie:

$$\frac{2b + a - \frac{4a^2 - b^2}{a}}{(b - a)(b^2 + 3ab)} : \frac{a^2 - b^2}{a^3b - 2a^2b^2 + ab^3}$$

do postaci możliwie najprostszej.

Oblicz wartość tego wyrażenia dla $a = -0,01$ i $b = 0,13$.

Zad. 11. Telewizor kosztuje w sklepie 1220 zł. Wiadomo, że cena detaliczna powstaje przez dodanie do ceny netto podatku VAT w wysokości 22 % tej ceny netto. Jaka kwotę podatku VAT płaci klient przy zakupie telewizora? Ile procent ceny detalicznej stanowi podatek VAT?

Niektóre towary obłożone są podatkiem VAT w wysokości 7 %. Ile procent ceny detalicznej takiego towaru stanowi podatek VAT?

Zad. 12. Cena pewnego towaru wraz z podatkiem VAT w wysokości 7 % wynosiła 85,60 zł. Podatek VAT na ten towar podniesiono ustalając, że będzie wynosił 22 %. O ile procent wzrosła cena tego towaru?

$$\frac{(4^{28} - 6 \cdot 4^{25}) : 4 \frac{1}{7}}{16^{13} + 3 \cdot 4^{23}}$$

Zad. 13. Oblicz:

Zad. 14. Uzasadnij, że liczba $2^{15} + 2^{16} + 2^{17}$ jest wielokrotnością liczby 7.

Zad. 15. Samochód przejechał 40% trasy i pozostało mu do przebycia o 80km więcej niż przejechał. Oblicz długość trasy.

Zad. 16. Suma dwóch liczb naturalnych wynosi 90, a ich NWD = 18. Jakie to mogą być liczby?

Zad. 17. Oblicz wartość wyrażenia $\sqrt{20002^2 - 19998^2}$.

Zad. 18. Udowodnij, że suma liczb $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}$ dla $n \geq 1$ i $n \in \mathbb{N}$ jest podzielna przez 39.

Zad. 19. Zbadaj, czy podana równość jest prawdziwa $\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} = 2 - \sqrt{2}$.

Zad. 20. Tę samą dwucyfrową liczbę naturalną napisano trzy razy obok siebie. Pokaż, że uzyskana w ten sposób liczba sześciocyfrowa jest podzielna przez siedem.

Zad. 21. Oblicz $2003 \cdot 20042004 - 2004 \cdot 20032003$.

Zad. 22. Znajdź ostatnią cyfrę liczby $2^{1000} + 4^{499}$.

Zad. 23. Oblicz wartość wyrażenia $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2$.

Zad. 24. Oblicz wartość wyrażenia:

$$\frac{\left[1,2 \cdot 0,4 - \frac{3}{50}\right] : 0,1 + 2,4}{\left[2 - (-0,4) \cdot \frac{1}{3}\right] \cdot \frac{15}{8} - 1,5}$$

Zad. 25. Dane są liczby

$$a = (\sqrt{5})^2 : \left(2 \frac{3}{4} - 10 \cdot 0,05 : \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{1^3 + 2^4 - 2^3}}\right)$$

$$b = \frac{2^2}{(-1)^3 + \sqrt{4}} - \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^2 : 3^2}{\sqrt[4]{\frac{1}{16}}} \cdot 2^3$$

Oblicz, jakim procentem liczby a jest liczba b .

Zad. 26. Pies znajdujący się w punkcie A pogonił za lisem, który był w odległości 30 metrów od psa. Długość skoku psa wynosi 2m, a lisa 1m. Pies daje 2 skoki w tym samym czasie, kiedy lis daje 3 skoki. W jakiej odległości od punktu A pies dogoni lisa?

Zad. 27. Podaj z dokładnością do 0,1 przybliżenie dziesiętne wartości wyrażenia $\sqrt{3} + \frac{5}{6}$.

Zad. 28. Doprowadź do najprostszej postaci wyrażenie: $\sqrt[3]{4 \cdot 3^7 + 5 \cdot 3^7}$.

Zad. 29. Średni wiek trzydziestoosobowej klasy wynosi 14 lat. Średni wiek tej grupy uczniów łącznie z wychowawcą jest równy 15 lat. Oblicz wiek wychowawcy.

Zad. 30. Cenę płaszcza wynoszącą 800zł podwyższono o 15%, a następnie obniżono o 15%. Ile teraz kosztuje płaszcz?

Zad. 31. Udowodnij, że $\frac{1}{3}$ sumy trzech kolejnych liczb naturalnych jest równa liczbie drugiej.

Zad. 32. Ile beczek o pojemności dwóch hektolitrów każda, można napełnić $0,19\text{km}^3$ wody?

Zad. 33. Oblicz sumę cyfr liczby, która jest wynikiem odejmowania $10^{101} - 3$.

Zad. 34. Kaczka i czapla wystartowały jednocześnie z tego samego miejsca. Kaczka leciała 15min. z prędkością 65km/h i usiadła. Czapla leciała z prędkością 40km/h . Gdy zobaczyła kaczkę, sfrunęła i usiadła obok niej. Jak długo kaczka czekała na czaplę?

Zad. 35. W liczbie sześciocyfrowej, podzielnej przez 10985 cyfra jedności jest równa cyfrze tysięcy, cyfra dziesiątek jest równa cyfrze dziesiątek tysięcy i cyfra setek jest równa cyfrze setek tysięcy. Znajdź tę liczbę.

Zad. 36. Właściciel księgarni kupuje podręczniki w hurtowni i sprzedaje je po 21 zł za sztukę.

Cena podręcznika w księgarni (detaliczna) jest o 40% wyższa niż cena w hurtowni.

- Ile kosztuje jeden podręcznik w hurtowni?
- Oblicz, jakim procentem ceny sprzedaży jest zysk księgarza.
- Ile podręczników musi sprzedać księgarz, aby jego zysk przekroczył 1000 zł?
- Ze względu na dużą konkurencję, właściciel księgarni postanowił obniżyć cenę tak, aby zysk nie przekroczył 25% ceny sprzedaży.

Jaką maksymalną cenę na podręcznik może ustalić, aby być w zgodzie ze swoim

postanowieniem?

Zad. 37. Wykaż, że liczba $3^{33} + 5^{35}$ jest podzielna przez 8.

Zad. 38. Udowodnij, że liczba $\frac{6 + 6^2 + 6^3 + \dots + 6^{100}}{7}$ jest liczbą całkowitą.

Zad. 39. Sprawdź, czy liczba $\sqrt{11 - 6\sqrt{2}} + \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$ jest wymierna.

Zad. 40. Suma dowolnych dwóch spośród trzech różnych liczb a, b, c jest liczbą parzystą. Uzasadnij, że liczby te są całkowite.

Zad. 41. Wiedząc, że $\frac{2a + b}{a + 2b} = 1$ oblicz $\frac{3b - a}{3a - 2b}$.

Zad. 42. Wskazówki zegara wskazują dokładnie godzinę dziewiątą. Zakładając, że wskazówki poruszają się ruchem jednostajnym oblicz, po ilu minutach, od tej chwili licząc, wskazówka minutowa dogoni wskazówkę godzinową.

Zad. 43. Świeże grzyby zawierają 90% wody, suszone tylko 12% wody. Ile świeżych grzybów należy ususzyć, aby otrzymać 5 kg suszonych grzybów?

Zad. 44. Dwa kawałki złota, jeden o próbie 940, a drugi o próbie 880, stopiono z trzema gramami czystego złota i otrzymano 30 gram złota próby 930. Ile waży każdy z kawałków?

Zad. 45. Znajdź wszystkie liczby naturalne k , dla których $2^k - 1$ dzieli się przez 7.

Zad. 46. Znajdź dwie ostatnie cyfry liczby 2^{30} .

Zad. 47. Różnica kwadratów dwóch liczb naturalnych wynosi 28. Jakie to liczby?

Zad. 48. Udowodnij, że liczba $1988^{16} - 1$ jest podzielna przez 3.

Zad. 49. Obrano 3 różne cyfry, z których żadna nie jest równa zero. Utworzono z nich wszystkie możliwe liczby 3 cyfrowe tak, że w każdej z tych liczb żadna cyfra nie powtarza się. Udowodnić, że średnia arytmetyczna tych liczb jest podzielna przez 37.

Zad. 50. Wykaż, że $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$ jeżeli a i b są liczbami dodatnimi.

Zad. 51. Wykaż, która liczba jest większa $3^{100} - 2^{150}$ czy $3^{50} + 2^{75}$.

Zad. 52. Ania ma o 50% więcej pieniędzy niż Zosia. Jakim procentem pieniędzy Ani są pieniądze Zosi?

A) $33\frac{1}{3}\%$ B) 25% C) 50% D) $66\frac{2}{3}\%$

Zad. 53. Porządkując rosnąco liczby: 3^{200} , 2^{300} , 4^{144} , 9^{101} otrzymamy:

A) 2^{300} , 3^{200} , 4^{144} , 9^{101} B) 9^{101} , 4^{144} , 3^{200} , 2^{300} C) 2^{300} , 4^{144} , 3^{200} , 9^{101} D) 4^{144} , 2^{300} , 3^{200} , 9^{101}

Zad. 54. Jeżeli $4ac + 3b = 7b - 2ad$, to po wyznaczeniu „ a ” z równości otrzymamy:

A) $a = \frac{4b - 2ad}{4c}$ B) $a = \frac{2b}{2c + d}$ C) $a = \frac{2b - ad}{2c}$ D) $a = \frac{2}{1 + d}$

Zad. 55. Wiedząc, że $4a = 3b$, oblicz wartość wyrażenia: $\frac{a+3}{b+4}$. Otrzymałeś:

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 1

Zad. 56. Jeżeli $a + b = 1$ i $a^2 + b^2 = 2$, to $(a - b)^2$ wynosi:

- A) 1,25 B) 2,75 C) 3 D) 4

Zad. 57. W pewnym gimnazjum z ilością uczniów mieszczącą się między 600 a 900 rozważano utworzenie klas liczących po 18 lub 20 lub po 24 uczniów. W każdym z tych przypadków pozostawało po 9 uczniów (reszta z dzielenia). Ilu uczniów było w tym gimnazjum?

Zad. 58. Mamy dwa roztwory kwasu: jeden o stężeniu 5%, a drugi 12%. W jakim stosunku należy je zmieszać, aby otrzymać roztwór o stężeniu 9%?

Zad. 59. (ww) Jeżeli a, b, c, d , są niezerowymi liczbami naturalnymi i $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ oraz $N = \frac{a+c}{b+d}$, to:

- A) $\frac{a}{b} = N$ B) $N = \frac{c}{d}$ C) $N < \frac{a+1}{b}$ D) $N > \frac{c}{d+1}$

Zad. 60. (ww) Jeżeli $a:b = 2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2}$, $b:c = 1\frac{1}{5} : 1$, $c:d = \frac{1}{2} : \frac{1}{5}$, to:

- A) $a:c = 2:1$ B) $a:d = 1:0,2$ C) $b:d = 3:1$ D) $c:a = 0,5:1$

Zad. 61. (ww) Jeżeli $a = \frac{50021^2 - 49979^2}{7 \cdot 10^5}$ i $b = 0,25 \sqrt{7 \cdot 2^7 - 5 \cdot 2^6}$, to:

- A) $a > b$ B) $a = b$ C) $a < b$ D) $a < 7$ i $b < 7$

Zad. 62. Oblicz liczbę a , której 20% jest równe:

$$\frac{\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} + (-3)^2 : 1,5}{\left(6 - 2 \cdot 2\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{2}{3}}$$

Zad. 63. Jaką cyfrę w rzędzie jedności ma liczba x , jeżeli: $x = 2 \cdot 5^{49} + 3^{50} + 10^{51}$.

Zad. 64. Wykaż, że: $2^{16} + 3^{40} + 5^{2999} + 2 \cdot 4^7$ jest liczbą podzielną przez 10.

Zad. 65. Cenę pomidorów obniżono najpierw o 1,2zł, a następnie o $33\frac{1}{3}\%$ i wynosi ona obecnie 1,6zł. Jaka była cena początkowa pomidorów?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 1

Zad. 56. Jeżeli $a + b = 1$ i $a^2 + b^2 = 2$, to $(a - b)^2$ wynosi:

- A) 1,25 B) 2,75 C) 3 D) 4

Zad. 57. W pewnym gimnazjum z ilością uczniów mieszczącą się między 600 a 900 rozważano utworzenie klas liczących po 18 lub 20 lub po 24 uczniów. W każdym z tych przypadków pozostawało po 9 uczniów (reszta z dzielenia). Ilu uczniów było w tym gimnazjum?

Zad. 58. Mamy dwa roztwory kwasu: jeden o stężeniu 5%, a drugi 12%. W jakim stosunku należy je zmieszać, aby otrzymać roztwór o stężeniu 9%?

Zad. 59. (ww) Jeżeli a, b, c, d , są niezerowymi liczbami naturalnymi i $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ oraz $N = \frac{a+c}{b+d}$, to:

- A) $\frac{a}{b} = N$ B) $N = \frac{c}{d}$ C) $N < \frac{a+1}{b}$ D) $N > \frac{c}{d+1}$

Zad. 60. (ww) Jeżeli $a:b = 2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2}$, $b:c = 1\frac{1}{5} : 1$, $c:d = \frac{1}{2} : \frac{1}{5}$, to:

- A) $a:c = 2:1$ B) $a:d = 1:0,2$ C) $b:d = 3:1$ D) $c:a = 0,5:1$

Zad. 61. (ww) Jeżeli $a = \frac{50021^2 - 49979^2}{7 \cdot 10^5}$ i $b = 0,25 \sqrt{7 \cdot 2^7 - 5 \cdot 2^6}$, to:

- A) $a > b$ B) $a = b$ C) $a < b$ D) $a < 7$ i $b < 7$

Zad. 62. Oblicz liczbę a , której 20% jest równe:

$$\frac{\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} + (-3)^2 : 1,5}{\left(6 - 2 \cdot 2\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{2}{3}}$$

Zad. 63. Jaką cyfrę w rzędzie jedności ma liczba x , jeżeli: $x = 2 \cdot 5^{49} + 3^{50} + 10^{51}$.

Zad. 64. Wykaż, że: $2^{16} + 3^{40} + 5^{2999} + 2 \cdot 4^7$ jest liczbą podzieloną przez 10.

Zad. 65. Cenę pomidorów obniżono najpierw o 1,2zł, a następnie o $33\frac{1}{3}\%$ i wynosi ona obecnie 1,6zł. Jaka była cena początkowa pomidorów?

Zad. 66. Z pięciu kolejnych sprawdzianów klasa licząca 19 uczniów uzyskała średnią 14,8 pkt. Ile punktów muszą łącznie uzyskać uczniowie w kolejnym sprawdzianie aby średnia z sześciu sprawdzianów wynosiła 15,2 pkt.?

Zad. 67. Ile jest liczb trzycyfrowych składających się z cyfr: 0, 5, 3, 8 podzielnych przez 5 i mniejszych od 700. Podaj je oraz oblicz różnicę liczb podzielnych przez 4.

Uwaga: Każda cyfra w liczbie występuje tylko jeden raz.

$$\frac{16}{2 + \frac{9}{3 + \frac{4}{4 + \frac{2}{3}}}}$$

Zad. 68. Oblicz $\frac{13}{24}$ liczby a , gdzie $a =$

Zad. 69. Doprowadź podane wyrażenie do najprostszej postaci, jeżeli wiesz, że $a > 0$.

$$a^2 \cdot a^{-3} \cdot \sqrt{a^5} \cdot \sqrt{a^3} \cdot \sqrt{a^8}$$

Zad. 70. Ile kilogramów piętnastoprocentowego wodnego roztworu soli kuchennej znajdowało się w naczyniu, jeżeli po odparowaniu 4kg wody otrzymano roztwór o stężeniu 25%?

Zad. 71. Ile litrów czystej wody trzeba dodać do 5 litrów soku pomarańczowego o stężeniu 25%, aby otrzymać sok dziesięcioprocentowy?

Zad. 72. Z 10 litrów 30% - wego roztworu kwasu siarkowego odlano pewną ilość roztworu, a do reszty dołano roztwór 45% i otrzymano 12 litrów kwasu 40%. Ile litrów kwasu odlano, a ile dołano?

Zad. 73. Udowodnij, że suma kwadratów trzech kolejnych liczb nieparzystych zwiększona o 1 jest podzielna przez 12.

Zad. 74. Dwóch robotników wykonuje pewną pracę w ciągu 12 dni. W ile dni wykona tę pracę każdy z nich samodzielnie, jeśli drugi wykonuje tę samą czynność dwukrotnie dłużej?

Zad. 75. Pewna liczba przy dzieleniu przez 5 daje resztę 4. Jaką resztę otrzymamy, dzieląc kwadrat tej liczby przez 5?

Zad. 76. Jaka jest ostatnia cyfra liczby $3^{48} + 176$?

Zad. 77. Przy dzieleniu liczb a , b , c przez 5 otrzymujemy odpowiednio reszty 1, 2, 3. Jaką resztę otrzymamy, dzieląc sumę kwadratów tych liczb przez 5?

Zad. 78. Przy dzieleniu 120 przez pewną liczbę naturalną otrzymujemy resztę 8. Przy dzieleniu 150 przez tą samą liczbę reszta wynosi 6. Jaka to liczba?

Zad. 79. Porównaj liczby $\frac{5 \cdot 555 \cdot 553}{5 \cdot 555 \cdot 557}$ i $\frac{6 \cdot 666 \cdot 664}{6 \cdot 666 \cdot 669}$.

Zad. 80. Wykaż, że liczba $3^{2n+1} + 7^{2n+1}$ jest podzielna przez 10 dla każdego $n \in \mathbb{N}$.
[OBJAŚNIENIA: symbol „ \in ” oznacza „należy”; symbol „ \mathbb{N} ” oznacza zbiór liczb naturalnych; przyjmujemy, że 0 jest liczbą naturalną].

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
 $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$

Zad. 81. Po okręgu o długości 80 cm poruszają się ze stałą prędkością dwa punkty. Jeśli kierunki ruchów są zgodne, to pierwszy punkt wyprzedza drugi co 5 sekund. Jeśli zaś kierunki są przeciwne, to punkty mijają się co 2 sekundy. Jakie są prędkości tych punktów?

Zad. 82. Jeden stop zawiera dwa metale zmieszane w proporcji 1:2, a drugi zawiera te metale w stosunku 2:3. W jakim stosunku należy mieszać te stopy, aby uzyskać stop, w którym stosunek metali wynosi 17:27?

Zad. 83. Porównaj liczby $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$ oraz $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.

Zad. 84. Oblicz $1981 \cdot 19821982 - 1982 \cdot 19811981$.

Zad. 85. Udowodnij, że dla każdego n nieparzystego liczba $n^3 + 3n^2 - n - 3$ jest podzielna przez 48.

Zad. 86. Znajdź wszystkie liczby trzycyfrowe takie, że po skreśleniu środkowej cyfry otrzymamy liczbę 9 razy mniejszą.

Zad. 87. Oblicz: $\frac{1234567890}{1234567891^2 - 1234567890 \cdot 1234567892}$.

Zad. 88. Oblicz sumę:

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{9999} + \sqrt{10000}}$$

Zad. 89. Dzieląc pewną liczbę naturalną dwucyfrową przez sumę jej cyfr otrzymamy 7 i resztę 6, zaś dzieląc ją przez iloczyn jej cyfr otrzymamy 3 i resztę 11. Co to za liczba?

Zad. 90. W 16 kg nasion znajduje się 10% zanieczyszczeń. Ile kilogramów zanieczyszczeń trzeba usunąć, aby stanowiły one 4% nasion?

Zad. 91. Woda napełnia basen w ciągu 6 godzin, a do jego opróżnienia potrzeba 8 godzin. Otworzono dopływ i odpływ wody. Po jakim czasie basen się napelni?

Zad. 92. Basia uzyskała średnią z pięciu kolejnych sprawdzianów równą 14,5 punktów. Ile punktów musi ona uzyskać w kolejnym sprawdzianie, aby średnia z sześciu sprawdzianów wynosiła 16?

Zad. 93. Kuba i Wacek oszczędzają w tym samym banku. Można w nim wpłacić pieniądze na konto roczne oprocentowane w wysokości 21% w skali roku lub na konto typu a vista (na każde żądanie) oprocentowane w wysokości 14% w skali roku. Kuba wpłacił 320 zł na rachunek roczny. Ile złotych musiałby wpłacić Wacek na konto a vista, aby otrzymać po roku odsetki tej samej wysokości?

Zad. 94. Jaka cyfra jest na 135 miejscu po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym ułamka $\frac{11}{13}$?

Zad. 95. Barka płynęła z prądem rzeki od portu A do portu B przez 40 godzin, a wracała 56 godzin. Oblicz prędkość barki i prędkość prądu rzeki, jeżeli porty A i B są odległe o 840 km.

Zad. 96. Wykaż, że $12 \cdot (13^7 + 13^6 + \dots + 13^2 + 14) + 1$ jest równe 13^8 .

Zad. 97. Pewien wioślarz po stojącej wodzie pływa z prędkością $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jaka jest prędkość prądu rzeki, jeśli wiadomo, że przepłynięcie 30 km pod prąd zajmie temu wioślarzowi tyle samo czasu co przepłynięcie 50 km z prądem rzeki?

Zad. 98. Wartość wyrażenia $\sqrt[4]{\frac{3 \cdot 7^{102} - 26 \cdot 7^{100}}{(11 \cdot 7^{50})^2}}$ wynosi A) $\sqrt[4]{7}$ B) 1 C) $\frac{1}{4}$ D) 0.

Zad. 99. Oblicz: $\frac{121 : 27^{-11}}{(2 \cdot 3^{30} - 7 \cdot 3^{28}) \cdot 33}$

Zad. 100. Pieszy i kolarz poruszają się ze stałą prędkością po zamkniętym torze o długości 5 km. Jeśli przemierzają się w tym samym kierunku to spotykają się co 10 minut, a jeśli w przeciwnych kierunkach – co 6 minut. Oblicz prędkości z jakimi poruszają się rowerzysta i pieszy.

Zad. 101. Jeżeli $\frac{a+b}{b} = \frac{2}{3}$, to wartość wyrażenia $\frac{3a}{a+b}$ wynosi:

- A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{2}{3}$.

CZĘŚĆ B Równania, nierówności i funkcje.

Zad. 1. Rozwiąż nierówność: $2x \sqrt{2} - 8 - 4x + 4 \sqrt{2} < 0$. Podaj ilustrację rozwiązania na osi liczbowej.

Zad. 2. Dla jakich liczb całkowitych a i b funkcje $y = 7x + b$ i $y = ax + 11$ mają to samo miejsce zerowe?

Zad. 3. Z pięciu kolejnych sprawdzianów klasa licząca 19 uczniów uzyskała średnią 14,8 pkt. Ile punktów muszą łącznie uzyskać uczniowie w kolejnym sprawdzianie aby średnia z sześciu sprawdzianów wynosiła 15,2 pkt.?

Zad. 4. Zbadaj algebraicznie, czy punkty: $A = (0; 1)$, $B = \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$, $C = (2; 0)$ należą do wykresu tej samej funkcji liniowej?

Zad. 5. Marcin jest o 23 lata młodszy od taty. Gdyby jego brat Krzys był o rok starszy, to byłby dwa razy młodszy od taty. Oznaczając wiek taty przez x zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego:

- ile lat ma Marcin, a ile Krzys,
- ile lat mają chłopcy w sumie,
- o ile lat Marcin jest starszy od Krzysia.

Zad. 6. Dla jakich wartości m prosta o równaniu $y = mx$ ma punkt wspólny z odcinkiem AB , gdzie $A = (2, -2)$ i $B = (2, 2)$.

Zad. 7. Suma czterech liczb naturalnych jest równa 135. Liczba pierwsza jest 2 razy mniejsza od liczby trzeciej. Liczba czwarta jest 2 razy większa od liczby drugiej. Znajdź te liczby, jeżeli wiesz, że pierwiastek z różnicy drugiej i pierwszej liczby jest równy 3.

Zad. 8. Marek podczas pobytu w Chicago dwa razy korzystał z „Yellow – Taxi”. Za przejechanie 11km zapłacił 7,5 \$, a za 16km 10 \$. Jaka jest opłata wstępna, a jaka za 1km jazdy?

Zad. 9. Ojciec w wieku 50 lat ma syna i córkę. Syn jest o 4 lata starszy od córki. Za osiem lat wiek ojca będzie równy sumie lat jego dwojga dzieci. Ile lat ma syn?

Zad. 10. Zapisz wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu funkcji $x -$

$3y - 6 = 0$, a miejscem zerowym jest pierwiastek równania $\frac{5x - 12}{6} = -1 + \frac{1}{2}x$.

Zad. 11. Jedną z atrakcji imprezy szkolnej była licytacja rzeczy niepotrzebnych w której

uczestniczyło mniej niż 100 osób. Najwięcej osób, bo $\frac{3}{8}$ uczestników chciało kupić kałamarz, a $\frac{5}{36}$ – starą podkowę. Ile osób brało udział w licytacji kałamarza, a ile osób w ogóle nie uczestniczyło w licytacji?

$$\begin{cases} x + 6 & \text{dla } x \in (-\infty; -1) \\ 2 - 2x & \text{dla } x \in [-1; 2) \\ \frac{1}{2}x - 5 & \text{dla } x \geq 2 \end{cases}$$

Zad. 12. Narysuj wykres funkcji określonej wzorem:

Podaj miejsca zerowe tej funkcji i określ, dla jakich argumentów funkcja jest rosnąca.

Zad. 13. W laboratorium były jednakowe kulki żelazne i jednakowe kulki ołowiane. Wiemy, że 6 kulek żelaznych i 7 kulek ołowianych waży 1,25 kg a stosunek ciężaru 8 kulek żelaznych do 10 kulek ołowianych wynosi 32 : 55. Ile waży jedna kulka żelazna a ile jedna ołowiana ?

Zad. 14. Gdyby Aleksander Wielki umarł o 5 lat wcześniej, panowałby $\frac{1}{4}$ swego życia, gdyby zaś żył o 9 lat dłużej, panowałby połowę swego życia. Ile lat żył i ile lat panował ?

Zad. 15. Pan X powiedział, że gdy sumę lat trojga jego dzieci pomnożymy przez jego wiek to otrzymamy 128. Wiek pana X jest liczbą całkowitą o sumie cyfr równej 5. Ile lat ma pan X i po ile mają jego dzieci ?

Zad. 16. Znaleźć wzór funkcji liniowej, której wykresem jest prosta przechodząca przez punkt $A = (-2, 3)$ i która dla argumentów mniejszych od 2 przyjmuje wartości dodatnie, zaś dla argumentów większych od 2 przyjmuje wartości ujemne.

Zad. 17. Jurek wybrał się na wycieczkę rowerową. Całą trasę podzielił na dwa odcinki równej długości. Pierwszy odcinek pokonał z szybkością 30 km/h, a całą trasę ze średnią szybkością 24 km/h. Oblicz, z jaką szybkością przejechał drugi odcinek trasy.

Zad. 18. Funkcja określona w \mathbb{R} wzorem: $f(x) = \frac{mx + 4}{2}$

- A) jest rosnąca, gdy $m < 0$. B) jest malejąca, gdy $m < \frac{1}{2}$.
- C) jest stała, gdy $m = 1$. D) jest rosnąca, gdy $m > 0$.

Zad. 19. Wyznacz taką wartość a , aby punkt przecięcia wykresów funkcji:

$$f(x) = x + 1 - a$$

$$f(x) = 2x - 3$$

należał do prostej o równaniu $y = 3x$.

Zad. 20. Wykresy funkcji $y = 2x + 2$ i $y = 2x - 4$ przecinają osie układu współrzędnych w punktach A, B, C, D . Oblicz wysokość i pole trapezu $ABCD$.

Zad. 21. Dobierz liczbę a tak, by prosta $y = ax + 2$ i osie układu współrzędnych utworzyły figurę o polu $S = 2$

Zad. 22. Rozwiąż równanie: $(x + 2^{2001})^2 - (x - 2^{2001})^2 = 2^{2003}$.

Zad. 23. Rozwiąż równanie: $2001^{2000}x + 2001^{2001} = 2001^{2002}$.

Zad. 24. W kołchozie są dwa kombajny. Jeden może zebrać plony ze wszystkich pól kołchozu w ciągu 15 dni, a drugi w ciągu 10 dni. Ile potrwają żniwa w tym kołchozie, jeśli będą pracować obydwaj kombajny?

Zad. 25. Dla jakich n naturalnych liczba $\frac{n^3 - n^2 + 2}{n - 1}$ jest całkowita?

Zad. 26. Sporządź wykres funkcji $f(x) = \frac{2x^2 - 8}{x + 2}$. Określ jej monotoniczność i podaj miejsca zerowe.

Zad. 27. Jacek mówi do Pawła: Mam 2 razy więcej lat niż ty miałeś wtedy, kiedy ja miałem tyle lat, ile masz teraz. Kiedy osiągniesz mój wiek, będziemy mieli łącznie 81 lat. Ile lat mają obecnie przyjaciele?

Zad. 28. Liczba mieszkańców uła zmniejszyła się ubiegłego roku na skutek epidemii o 20%. O jaki procent powinna wzrosnąć liczba mieszkańców uła tego roku, aby powrócić do poprzedniego stanu?

Zad. 29. Rozwiąż równanie: $\frac{-2 + \sqrt{14}}{-x + 1} = \frac{3x + 3}{-2 - \sqrt{14}}$.

Zad. 30. Pewną ilość piachu dwie ciężarówki razem przewożą w 10 godzin. Jedną z ciężarówek przewiozłaby ten piach w 30 godzin. W jakim czasie przewiozłaby tę ilość piachu samodzielnie druga ciężarówka? Uzasadnij swoją odpowiedź.

Zad. 31. Zegar wskazuje godzinę 4. wyznaczyć czas, po upływie którego wskazówka minutowa pokryje się ze wskazówką godzinową.

Zad. 32. Jakim wzorem określona jest funkcja liniowa, której wykres przechodzi przez punkt $(3; 6)$ i jest równoległy do wykresu funkcji $y = 5x$.

Zad. 33. Wyznacz, dla jakich x wartości funkcji $y = 3x + 5$ są:

- a) dodatnie
10
- b) mniejsze od 1
- c) większe od -3 a mniejsze od

Zad. 34. Do roztworu wodnego soli kuchennej o stężeniu 10% dodano 0,5 kg soli i otrzymano roztwór o stężeniu 15%. Ile w tym roztworze będzie kilogramów soli, a ile wody?

Zad. 35. Wykres funkcji $y = 2x + b$ przechodzi przez I i III ćwiartkę układu współrzędnych. Jaki warunek musi spełniać b ?

Zad. 36. Funkcja $f(n)$ każdej liczbie naturalnej n przyporządkowuje resztę powstałą z dzielenia liczby n przez liczbę 5. Określ zbiór wartości tej funkcji. Narysuj wykres tej funkcji dla $n \leq 20$.

Zad. 37. Oblicz pole i obwód trójkąta ograniczonego osiami prostokątnego układu współrzędnych i prostą o równaniu $y = 2x - 6$.

Zad. 38. Na konkursie należało odpowiedzieć na 30 pytań. Za każdą poprawną odpowiedź na pytanie przyznawano 7 punktów, a za błędną odpowiedź lub brak odpowiedzi odejmowano 12 punktów. Na ile pytań odpowiedziała dobrze osoba, która uzyskała 77 punktów?

Zad. 39. Gdy Jan zapytał Andrzeja, ile ma lat, usłyszał odpowiedź: Gdy ja byłem w twoim wieku, byłeś ode mnie cztery razy młodszy, a gdy ty będziesz w moim wieku, ja będę miał 40 lat. Ile lat ma Jan, a ile Andrzej?

Zad. 40. Pewien chłopiec powiedział: „Mam tylu braci co siostr”, a jego siostra stwierdziła: „Mam trzy razy więcej braci niż siostr”. Ilu było chłopców, a ile dziewcząt w tej rodzinie?

Zad. 41. Dwie beczki zawierają razem 240 litrów wody. Gdyby z pierwszej beczki przelać do drugiej tyle litrów wody, żeby zawartość drugiej beczki podwoiła się a następnie z drugiej beczki przelać do pierwszej tyle litrów wody, żeby zawartość pierwszej beczki podwoiła się, to w obu beczkach będzie jednakowa liczba litrów wody. Ile litrów wody było pierwotnie w każdej beczce?